Boletín de Estadística e Investigación Operativa
Vol. 28, No. 2, Junio 2012, pp. 99-109

Estadística

Improving quality of university rankings

Mónica Benito and Rosario Romera
Departamento de Estadística
Universidad Carlos III de Madrid
✉ monica.benito@uc3m.es, rosario.romera@uc3m.es

Abstract

University rankings have become a prominent issue in an increasingly competitive world of higher education. Although a positive view of rankings is not unanimously shared, the number of meetings and references to ranking of higher education confirms a wide interest and attention to this phenomenon. This paper discusses the different instruments used for building university rankings and proposes a new methodology that involves simulation techniques allowing ranking universities in a robust way. The immediate benefit achieved is a reduction of the uncertainty associated with the assessment of a specific rank which is not representative of the real performance of the university, and an improvement of the quality assessment of composite indicators used to rank.

Keywords: Rankings, Benchmarking, Higher Education Institutions, Composite indicators, Weighting schemes, Simulation techniques.
AMS Subject classifications: 62P25.

1. Introducción

En los últimos años resulta evidente el fuerte incremento que se ha producido en la atención prestada a los rankings de instituciones de enseñanza superior. La internacionalización de la educación superior y específicamente en Europa, la evolución del Espacio Europeo de Educación Superior (EEES), han estimulado la necesidad de evaluar y establecer comparaciones entre las instituciones y países (benchmarking). En este contexto, los rankings o las tablas de clasificación tratan de ser una herramienta de ayuda para la toma de decisiones a distintos grupos de interés como los estudiantes, sus familias, los investigadores y profesores, las empresas o las propias universidades.

Hoy en día, existe un gran número de rankings nacionales e internacionales (Webster, 2001; Pike, 2004; Dill y Soo, 2004; Usher y Savino, 2007; Chen y Liu, 2008; Harvey, 2008; Aguillo y otros, 2010; Bastedo y Bowman, 2010) y, a pesar de que han generado numerosas críticas, es indudable que los rankings representan cada vez más un factor de impacto en nuestra sociedad. La dificultad que entraña una correcta identificación y selección de los indicadores sobre los que construir un ranking, la normalización de los datos, la ponderación de los indicadores o, probablemente lo que supone la mayor dificultad, esto es, la metodología para elaborar indicadores compuestos (o indicadores sintéticos), constituye una importante limitación de los rankings (EUA Report on Rankings, 2011). Construir un indicador compuesto requiere seguir principios estadísticamente fundamentados y procedimientos transparentes (Saltelli y otros, 2004).

Existen diferentes formas para agregar los indicadores simples y construir un indicador compuesto o sintético: Promediar las posiciones que ocupan las instituciones en cada uno de los indicadores simples (es el procedimiento más simple y es independiente de los outliers, sin embargo pierde información de los niveles que alcanza cada institución); Contar los indicadores que superan o exceden un umbral dado (este procedimiento es independiente de los outliers, sin embargo se pierde información de los valores absolutos); Agregación lineal (es el procedimiento más utilizado (Shangai Jiao Tong University ranking-ARWU, Times Higher Education Supplement ranking-THE-QS, Web Ranking of World Universities-WR, Higher Education and Accreditacion Council of Taiwan ranking-HEEACT), y requiere la normalización de los datos y el cálculo de los pesos que se asignan a cada uno de los indicadores simples); y Agregación geométrica (al igual que con la agregación lineal, requiere la normalización de los datos y el cálculo de pesos, sin embargo, si se desea que haya compensación entre indicadores este método no es adecuado).

Con relación a la definición de los pesos, éstos se pueden obtener: (1) a partir de criterios matemáticos/estadísticos utilizando: Componentes principales/Análisis de factores, Data Envelopment Analysis (DEA), Regresiones múltiples o utilizando modelos de componentes no observados, entre otros, y (2) en función de la opinión de expertos: por asignación directa de expertos, ponderando sobre la base de la distancia a los objetivos planteados, o bien, utilizando metodologías como el Analytic Hierarchy Process (AHP). Independientemente del criterio utilizado para establecer los pesos que se asignan a los indicadores simples, lo que resulta metodológicamente necesario es disponer de técnicas adecuadas para evaluar la sensibilidad frente a cambios, de los procedimientos adoptados (Saisana y otros, 2005; Saisana y D'Hombres, 2008). Pequeños cambios de la arquitectura del indicador compuesto pueden dar lugar a grandes distorsiones en las posiciones que una institución alcanza en el ranking.

Teniendo en cuenta todas estas consideraciones, con sus ventajas y limitaciones, este trabajo propone la construcción de indicadores compuestos robustos como combinaciones lineales ponderadas de indicadores simples, donde los pesos se generan utilizando técnicas de simulación estocástica. El principal beneficio de esta herramienta es conocer cómo pueden variar las posiciones que una institución ocupa en un ranking cuando introducimos pequeños cambios en la asignación de pesos de los indicadores simples.

2. Metodología para construir un ranking de universidades robusto

Definimos como IC_i el indicador compuesto para una institución i, calculado como una función lineal ponderada de un total de p indicadores simples normalizados $I_{i1}, ..., I_{ip}$ con pesos $w_1, ..., w_p$

$$IC_i = \sum_{j=1}^{p} I_{ij} w_j \tag{2.1}$$

Sea x_{ij} el valor del indicador simple X_j para la institución i . Para normalizar los datos, los dos procedimientos que se utilizan en la práctica son: (i) re-escalar los datos o (ii) estandarizarlos. Así, los p indicadores simples normalizados se calculan como,

$$(i) \quad I_{ij} = \frac{x_{ij}}{max_i\{x_{ij}\}}, \quad \text{o} \quad I_{ij} = \frac{x_{ij} - min_i\{x_{ij}\}}{rango\{X_j\}}$$

$$(ii) \quad I_{ij} = \frac{x_{ij} - mediana\{X_j\}}{desviaciontípica\{X_j\}}$$

respectivamente. Una vez normalizados los datos, las instituciones se ordenan según los valores del indicador compuesto IC_i (2.1).

Desde el punto de vista metodológico, se puede observar que el vector de pesos de los indicadores simples $(w_1, ..., w_p)$ está compuesto por valores no-negativos w_j tales que

$$\sum_{j=1}^{p} w_j = 1 \tag{2.2}$$

Estos pesos relativos definen la importancia que tiene cada indicador simple X_j en la combinación lineal convexa (2.1). A partir de aquí, proponemos considerar perturbaciones para cada peso w_j sumando o restando pequeñas cantidades aleatorias que toman valores en el rango $(0, s)$, donde s es elegido arbitrariamente de acuerdo con la restricción $0 < s < w_j$, para todo j, y tal que (2.2) se satisface. Técnicamente, para cada w_j generamos un número m de valores uniformes sobre el intervalo $(w_j - s, w_j + s)$ y para cada vector de pesos generado que satisface (2.2) evaluamos los valores del indicador compuesto IC_i. La selección del valor óptimo del parámetro s se ha realizado mediante un estudio de simulación obteniendo que los valores óptimos son $s = 0{,}20 \times w_j$ ó $s = 0{,}25 \times w_j$ (Benito y

Romera, 2011).

La aplicación reiterada del procedimiento anterior, nos lleva a la obtención de un cierto número de vectores de pesos, sea éste m, para los que la restricción (2.2) se satisface. Esto significa que para cada institución disponemos de m rankings. Nuestra propuesta es generar a partir de ellos un ranking robusto a cambios en las especificaciones iniciales de los pesos. Para cada institución, en lugar de utilizar el ranking promedio (promedio de los m indicadores compuestos IC_i), proponemos considerar la mediana y el rango $[5^o - percentil, 95^o - percentil]$ de la distribución de estos m rankings. Es importante destacar que la información que proporciona el intervalo $[5^o - percentil, 95^o - percentil]$ representa las posiciones esperadas de las instituciones en el ranking excluyendo el 5 % inferior y superior de la distribución. El proceso de simulación se lleva a cabo de acuerdo con un procedimiento de Monte Carlo (véase Algoritmo 1 del Anexo 1).

Desde el punto de vista geométrico, los vectores de pesos que consideramos son puntos generados aleatoriamente en $\Re^p$ tales que están en la intersección entre el hipercubo $p-$dimensional y el simplex $p-1$ en $\Re^p$. No obstante, se pueden considerar diferentes técnicas de perturbación. Es importante destacar que diferentes patrones de variabilidad en los pesos generan diferentes formas geométricas en el procedimiento de simulación de Monte Carlo. De forma alternativa, proponemos por ejemplo, considerar como perturbaciones aleatorias del vector de pesos inicial $w(0)$, los vectores que pertenecen a la hipersuperficie obtenida como intersección de una esfera centrada en el punto $w(0)$ y radio s y el $p-1$ simplex en $\Re^p$. Este algoritmo está basado en la metodología de Cook (1975) y Marsaglia (1972) (véase Algoritmo 2 del Anexo 1). De forma complementaria a los algoritmos propuestos, podría ser informativo incluir alguna restricción adicional en cualquiera de las dimensiones (cada dimensión corresponde a un indicador simple). Como ejemplo, si según la opinión de expertos en educación superior se recomienda que un determinado indicador simple haya de tener un peso superior a un determinado umbral, el algoritmo de simulación podría incluir una restricción sobre dicho peso. O si estamos interesados en asumir que la importancia relativa del segundo indicador simple ha de ser el doble que la del primer indicador simple, esto equivaldría a incluir la restricción $w_2 = 2w_1$ en el algoritmo de simulación, es decir, el plano $w_2 - 2w_1 = 0$, generando así una nueva forma geométrica.

Para determinar el vector de pesos inicial $w(0)$ vamos a asumir que no existe información externa sobre la importancia relativa que tiene cada indicador simple. En este contexto, en ausencia de opiniones de expertos y de modelos estadísticos, el vector de pesos inicial se calcula como $w(0) = (1/p, \ldots, 1/p)$ siguiendo el principio de uniformidad (caso no informativo). Esencialmente, el verdadero impacto que tiene cada indicador simple para reflejar la calidad de una institución es muy difícil de cuantificar objetivamente, así, una alternativa interesante es asumir que todos los indicadores simples tienen el mismo impacto en el ranking y generar pequeñas perturbaciones aleatorias alrededor del vector de pesos inicial uniforme. Bajo este procedimiento de simulación se obtiene una pluralidad de escenarios que representan un amplio rango de pesos, que siguiendo nuestro procedimiento permite obtener un ranking robusto.

La introducción de técnicas de simulación aleatoria que proponemos, es el punto clave para eliminar el sesgo en la selección de pesos que aparece en todos los rankings de universidades que se utilizan actualmente, y ofrece, además, una forma sencilla de comparar universidades de una forma robusta bajo un gran abanico de escenarios. Además, proponemos considerar para cada institución los percentiles 5, 50 y 95 de la distribución de sus m rankings, y así evaluar cómo pequeños cambios en la estructura de pesos puede modificar las posiciones que las instituciones alcanzan en el ranking.

3. Aplicación

Para ilustrar la metodología propuesta, se ha elaborado un ranking de las universidades públicas presenciales españolas utilizando una serie de indicadores que según el Informe CYD (Fundación CYD, 2010) se consideran significativos y explicativos para evaluar la calidad investigadora de las universidades españolas. El ranking elaborado en el Informe CYD propone un indicador compuesto consistente en la "posición promedio" de las posiciones de la universidad en los ranking construidos para los indicadores simples considerados. Para ello se calcula la suma de las posiciones de cada universidad en cada uno de los rankings de los indicadores simples utilizados, y se divide por el número de indicadores simples. Las universidades se ordenan posteriormente según este índice compuesto. Los datos que utiliza proceden de la publicación de la Conferencia de Rectores de Universidades Españolas (CRUE), "La universidad española en cifras 2010", y se refiere al curso académico 2008-2009.

Los indicadores que CYD utiliza para aproximar la calidad investigadora son seis: Porcentaje entre el personal docente e investigador, equivalente a tiempo completo (PDI-ETC) con el título de doctor respecto al total del PDI-ETC; porcentaje de profesores que no ha solicitado nunca un sexenio de investigación o que, habiéndolo solicitado, no le ha sido concedido; valor medio de tramos concedidos por profesor; número de tesis realizadas relativizado por el número de doctores de la universidad; número de artículos publicados en revistas españolas o extranjeras que son incluidas en el Journal Citation Report (JCR) del Institute of Scientific Information (ISI), o bases de datos similares en el periodo 2000-2009, respecto del total de personal docente e investigador a tiempo completo (PDI-ETC); e ingresos de I+D por PDI-ETC.

La Tabla 1 reproduce el ranking de universidades españolas en el ámbito de la calidad investigadora elaborado por el Informe CYD 2010, y presenta el resultado del ranking robusto que proponemos. La primera columna muestra la "posición promedio" ocupada por las instituciones en el conjunto de indicadores utilizado, la segunda columna muestra la posición en el ranking según el indicador compuesto utilizando pesos uniformes, y la tercera y cuarta columna muestran la posición mediana (percentil 50) y los percentiles 5 y 95 de la distribución de sus rankings cuando se generan pesos aleatorios, respectivamente.

A partir de los resultados obtenidos, surgen algunas observaciones interesantes. En primer lugar, las dos universidades que claramente lideran ambos rankings que aproxima su calidad investigadora son la Universidad Autónoma de Madrid y la Universidad Autónoma de Barcelona. Las siguientes posiciones las ocupan las universidades Pompeu Fabra, Santiago de Compostela y Barcelona. Estas cinco universidades están en las 5 primeras posiciones de ambos rankings. En segundo lugar, vamos a explicar con un par de casos, las variaciones significativas entre las posiciones obtenidas en ambos rankings. La UC3M y la Rovira i Virgili comparten un mismo efecto penalizador en el ranking de CYD frente al ranking robusto. Así, se observa, por ejemplo, cómo la Universidad Rovira i Virgili, pasa de la posición 11 en el ranking elaborado por CYD (promediando posiciones en los rankings de indicadores simples) a la posición 7 con el ranking robusto. La razón de este hecho es que la "posición promedio" que utiliza el ranking elaborado por CYD penaliza las buenas posiciones que ésta universidad presenta en los indicadores simples que la sitúan entre la 4ª y 7ª posición. El ranking robusto no promedia posiciones, evalúa distancias relativas a las universidades que alcanzan las mejores puntuaciones en cada uno de los indicadores simples. Por tanto, al promediar estas distancias, este efecto "penalizador" es menor, incluso en el caso de estar en una posición intermedia, si el valor que alcanza la institución en un indicador (o varios) es similar al de las instituciones que la preceden. Se puede observar que al introducir perturbaciones aleatorias sobre los pesos del indicador compuesto, la Universidad Rovira i Virgili permanece entre la 6ª y 7ª posición del ranking robusto. El efecto contrario se observa para la Universidad de Granada, que perdería la 9ª posición según el ranking elaborado por CYD, pasando a una clara posición 13ª en el ranking robusto. En este caso, el indicador simple que más penaliza a esta institución en el ranking robusto es el que mide los ingresos de I+D obtenidos por PDI-ETC en relación con la universidad que más ingresos obtuvo, que con 37.816€ por profesor, fue la Universidad Politécnica de Madrid. La Universidad de Granada obtuvo 14.035€, alcanzando la posición 28 en este indicador simple en el ranking de CYD. En el resto de indicadores simples de CYD, la Universidad de Granada fluctúa entre las posiciones 4 y 16. Es de hacer notar que el vector inicial de pesos seleccionado en esta aplicación es el uniforme. Esto significa que no hay preferencias iniciales establecidas sobre los indicadores simples, siendo uno de ellos esta medida de la capacidad de captación de financiación externa de la institución por parte de sus investigadores. De existir preferencias iniciales, éstas se deberían reflejar en una ponderación inicial de los indicadores simples distinta de la uniforme.

UNIVERSIDAD	RANKING CYD	RANKING ROBUSTO		
	POSICIÓN PROMEDIO	POSICIÓN PESOS UNIFORMES	POSICIÓN MEDIANA	POSICIÓN RANGO [p5,p95]
UAM	1	1	1	[1 , 1]
UAB	2	2	2	[2 , 2]
UPF	5	3	3	[3 , 3]
SANTIAGO	3	4	4	[4 , 4]
UB	4	5	5	[5 , 5]
CANTABRIA	8	6	6	[6 , 8]
ROVIRA	11	7	7	[6 , 7]
UCM	6	8	8	[7 , 8]
UC3M	18	9	9	[9 , 11]
CORDOBA	7	10	11	[10 , 12]
UPC	15	11	11	[9 , 12]
VALENCIA	10	12	10	[9 , 12]
GRANADA	9	13	13	[13 , 13]
OVIEDO	12	14	14	[14 , 14]
ELCHE	13	15	15	[15 , 16]
UPV	27	16	16	[15 , 18]
VIGO	17	17	18	[17 , 19]
MURCIA	20	18	18	[16 , 19]
UAH	14	19	18	[16 , 19]
SEVILLA	16	20	20	[20 , 21]
ZARAGOZA	19	21	21	[21 , 22]
ISLAS BALEARES	25	22	22	[20 , 23]
LLEIDA	28	23	23	[22 , 25]
ALMERIA	21	24	25	[23 , 26]
JAUME I	23	25	26	[24 , 28]
UPM	43	26	27	[24 , 31]
UPO	22	27	25	[24 , 27]
EXTREMADURA	32	28	28	[27 , 29]
MALAGA	26	29	29	[27 , 30]
SALAMANCA	24	30	30	[27 , 32]
LA LAGUNA	30	31	30	[29 , 31]
PUBLICA NAVARRA	29	32	32	[31 , 33]
LEON	31	33	33	[32 , 33]
ALICANTE	33	34	34	[34 , 34]
CASTILLA LA MANCHA	38	35	35	[35 , 35]
PAIS VASCO	35	36	36	[36 , 37]
POLITÉCNICA DE CARTAGENA	34	37	37	[36 , 37]
CADIZ	40	38	39	[38 , 40]
CORUÑA	39	39	40	[38 , 40]
VALLADOLID	37	40	38	[38 , 40]
GIRONA	42	41	41	[41 , 42]
JAEN	36	42	42	[41 , 42]
RIOJA	41	43	43	[43 , 43]
URJC	44	44	44	[44 , 44]
HUELVA	45	45	45	[45 , 45]
LAS PALMAS DE GRAN CANARIA	47	46	46	[46 , 46]
BURGOS	46	47	47	[47 , 47]

Tabla 1: Ranking de universidades[1,2] públicas presenciales en el indicador compuesto que aproxima la calidad investigadora. Curso académico 2008-09.

4. Conclusiones

Los indicadores compuestos o sintéticos proporcionan una 'imagen de contexto' que focaliza y facilita la interpretación y la síntesis de un conjunto de estadísticas e indicadores. En el ámbito de los rankings universitarios, estos suscitan un gran interés ya que al asumir la comparabilidad (benchmark) entre las instituciones, atraen el interés del público. Sin embargo, elaborar un indicador compuesto requiere incorporar criterios estadísticos que aporten robustez a los resultados del ranking.

Combinar la simulación estocástica para generar perturbaciones aleatorias

[1]Universidades ordenadas según la posición obtenida en el ranking utilizando pesos uniformes.

[2]Las universidades en cursiva tienen algún indicador con datos que se refieren al curso 2006-07 (al no estar disponible el curso 2008-09).

alrededor de cualquier vector de pesos inicial y ordenar las instituciones en un intervalo de valores proporciona un complemento robusto y transparente a otros modelos de rankings de universidades. Creemos que ordenar las instituciones utilizando una distribución de valores en lugar de utilizar un único número aporta mayor fiabilidad y realismo para comparar universidades.

En la aplicación al sistema público universitario español, hemos asumido implícitamente que no existe información externa sobre el vector de pesos inicial sobre el cual generamos las perturbaciones aleatorias. En situaciones donde resulte relevante incorporar información externa, se pueden incluir restricciones adicionales en el algoritmo de simulación, o incluso partir de un vector de pesos inicial en función de la opinión de expertos o de otros criterios (por ejemplo, medir la importancia relativa de un indicador simple en términos de la contribución de su varianza a la variabilidad total del conjunto de indicadores utilizados). Esencialmente, bajo una situación donde la incertidumbre se incorpora en los pesos de los indicadores simples y las universidades se ordenan sobre una pluralidad de escenarios posibles, nuestra propuesta contribuye en la línea de reducir la incertidumbre que generalmente se asocia con una única posición, como sucede en la mayoría de los rankings de universidades.

Referencias

[1] Aguillo, I., Bar-Ilan, J., Levene, M. y Ortega, J.L. (2010). Comparing university rankings. *Scientometrics*, **85**, 243-256.

[2] Bastedo, M. y Bowman, N. (2010) College Rankings as an Interorganizational Dependency: Establishing the Foundation for Strategic and Institutional Accounts. *Research in Higher Education* (doi: 10.1007/s11162-010-9185-0).

[3] Benito, M. y Romera, R. (2011). Improving quality assessment of composite indicators in university rankings: a case study of French and German universities of excellence. *Scientometrics* (in Press).

[4] Chen, Y. y Liu, N.C. (2008). Examining Major Rankings According to the Berlin Principles. *Higher Education in Europe*, **33**, 201-208.

[5] Cook, J.M (1975). Rational formulae for the production of a spherically symmetric probability distribution. *Math. Tables Other Aids Comp.*, **11**, 81-82.

[6] Dill, D. y Soo, M. (2004) Is there a global definition of academic quality? A cross-national analysis of university ranking system. Public Policy for Academic Quality (Chapel Hill, NC, University of North Carolina).

[7] European University Association (EUA) (2011). Global University Rankings and their impact. EUA Report on Rankings. En: www.eua.be/pubs/Global_University_Rankings_and_Their_Impact.pdf

[8] Fundacion CYD (2010). Informe CYD 2010: La contribución de las universidades españolas al desarrollo. En: www.fundacioncyd.org

[9] Harvey , L. (2008). Rankings of Higher Education Institutions: A Critical Review, *Quality in Higher Education*, **14** (3), 187- 207.

[10] Marsaglia, G. (1972). Choosing a point from the surface of a sphere. *The Annals of Mathematical Statistics*, **43**, 645-646.

[11] Pike, G.R. (2004). Measuring quality: A comparison of U.S. News Rankings and NSSE Benchmarks. *Research in Higher Education*, **45** (2), 193-208.

[12] Saisana, M., Saltelli, A. y Tarantola, S. (2005). Uncertainty and sensitivity analysis techniques as tools for the quality assessment of composite indicators. *Journal of the Royal Statistical Association A*, **168**, 307-323.

[13] Saisana M. y D'Hombres B. (2008) Higher Education Rankings: Robustness and Critical Assessment. JRC Scientific and Technical Reports, European Commission.

[14] Saltelli, A., Nardo, M., Saisana, M., Tarantola, S. y Liska, R. (2004). Composite Indicators-The Controversy and the way forward. Statistics, Knowledge and Policy, OECD World Forum on Key Indicators. En: composite-indicators.jrc.ec.europa.eu/Document/Composite Indicators-The Controversy and the way forward.pdf.

[15] Usher, A. y Savino, M. (2007). A global survey of university ranking and league tables. *Higher Education in Europe*, **32** (1), 5-15.

[16] Webster, T. J. (2001). A principal component analysis of the US News & World Report tier ranking of colleges and universities. *Economics of Education Review*, **20** (3), 235-244.

ANEXO 1. Técnicas de simulación de Monte Carlo

Algoritmo 1

(a) Sea $w(0) = (w_1, ..., w_p)$. Fijamos un radio s y un tamaño de muestra m.

(b) Generamos $p-1$ valores uniformes $w_1(1), ..., w_{p-1}(1)$ sobre los intervalos $(w_1 - s, w_1 + s), (w_2 - s, w_2 + s), ..., (w_{p-1} - s, w_{p-1} + s)$, respectivamente.

(c) Si $(1 - \sum_{j=1}^{p-1} w_j(1)\ ) \in (w_p - s, w_p + s)$ entonces aceptamos el vector de pesos $w(1) = (w_1(1), ..., w_{p-1}(1), 1 - \sum_{j=1}^{p-1} w_j(1)\ )$, en otro caso rechazamos.

(d) Repetir los pasos (b) y (c) para obtener los vectores de pesos $w(1), \ldots, w(m)$.

La Figura 1 muestra la superficie correspondiente en $\Re^3$ para el vector de pesos inicial $w(0) = (1/3, 1/3, 1/3)$ cuando las perturbaciones se han generado alrededor de este vector con $s = 0{,}2 \times w_j$, según el Algoritmo 1.

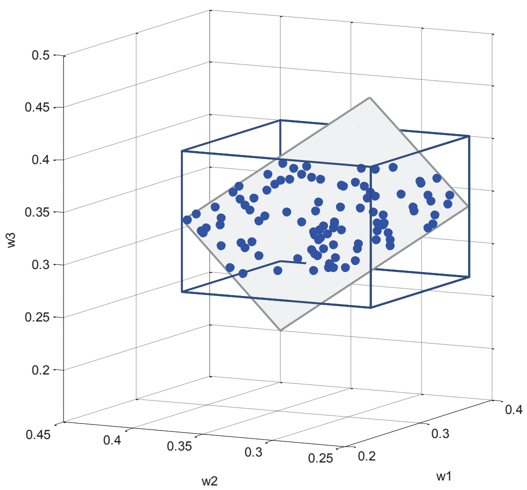

Figura 1: Puntos generados aleatoriamente para el vector de pesos inicial $w(0) = (1/3, 1/3, 1/3)$ tales que pertenecen a la intersección generada por el hipercubo tridimensional y el 2-simplex en $\Re^3$.

Algoritmo 2

(a) Sea $w(0) = (w_1, ..., w_p)$. Fijamos un radio s y un tamaño de muestra m.

(b) Generamos p valores uniformes $w_1(1), ..., w_p(1)$ sobre los intervalos $(w_1 - s, w_1 + s), (w_2 - s, w_2 + s), ..., (w_p - s, w_p + s)$, respectivamente.

(c) Si $(w_1(1))^2 + ... + (w_p(1))^2 \leq s^2$ y $w_1(1) + \ldots + w_p(1) = 1$, entonces $w(1) = (w_1(1), ..., w_p(1))$, en otro caso rechazamos y volvemos a seleccionar p valores uniformes siguiendo el paso (b).

(d) Repetir los pasos (b) y (c) para obtener los vectores de pesos $w(1), \ldots, w(m)$.

Acerca de los autores

Mónica Benito es Doctora en Economía por la Universidad Carlos III de Madrid. Actualmente es profesora Asociada en el Departamento de Estadística de la Universidad Carlos III de Madrid. Ha publicado sus trabajos de investigación en revistas tales como Bioinformatics, Pattern Recognition, Computational Statistics and Data Analysis, entre otras. Sus líneas principales de investigación son: Análisis Multivariante, Series Temporales y Análisis Estadístico de Imágenes.

Rosario Romera es profesora del Departamento de Estadística de la Universidad Carlos III de Madrid. Sus líneas de investigación son : Métodos multivariantes, Estimación y control de modelos estocásticos, Modelos Markovianos, Optimización estocástica y Aplicaciones en Ingeniería y Finanzas/Actuaría.